Hrvoje Kraljević, PMF–MO, Zagreb

Multipliciteti K–tipova u $U(\mathfrak{su}(n,1))$ i $U(\mathfrak{so}(n,1))$

Neka su $\mathfrak{g}$ realna poluprosta Liejeva algebra, G grupa njezinih unutarnjih automorfizama, K maksimalna kompaktna podgrupa od G i $\mathfrak{k} \subseteq \mathfrak{g}$ Liejeva algebra od K. Nadalje, neka su $U(\mathfrak{k}) \subseteq U(\mathfrak{g})$ univerzalne omotačke algebre kompleksifikacija $\mathfrak{k}^{\mathbb{C}}$ i $\mathfrak{g}^{\mathbb{C}}$ i $\mathfrak{Z}(\mathfrak{k})$ i $\mathfrak{Z}(\mathfrak{g})$ njihovi centri. Djelovanje grupe G na Liejevoj algebri $\mathfrak{g}$ proširuje se do djelovanja G automorfizmima algebre $U(\mathfrak{g})$. Posebno, kompaktna grupa K djeluje na $U(\mathfrak{g})$. Neka je $U(\mathfrak{g})^K$ unitalna podalgebra od $U(\mathfrak{g})$ svih K–invarijanata. Tada množenje definira homomorfizam algebri $\mathfrak{Z}(\mathfrak{k}) \otimes \mathfrak{Z}(\mathfrak{g}) \to U(\mathfrak{g})^K$. Knopp je dokazao da je u slučaju proste nekompaktne Liejeve algebre $\mathfrak{g}$ taj homomorfizam injektivan i da je njegova slika centar algebre $U(\mathfrak{g})^K$. Nadalje, algebra $U(\mathfrak{g})^K$ je komutativna, dakle, jednaka $\mathfrak{Z}(\mathfrak{k})\mathfrak{Z}(\mathfrak{g})$, ako i samo ako je $\mathfrak{g} = \mathfrak{su}(n,1)$ ili $\mathfrak{g} = \mathfrak{so}(n,1)$ za neki prirodan broj n, i u tom je slučaju $U(\mathfrak{g})$ slobodan modul nad $U(\mathfrak{g})^K$. Lako se vidi da tada postoji K–podmodul E od $U(\mathfrak{g})$ takav da je linearno preslikavanje $U(\mathfrak{g})^K \otimes E \to U(\mathfrak{g})$ (definirano množenjem) izomorfizam vektorskih prostora. Iskazat će se slutnja o multiplicitetima K–tipova u E, koja je provjerena za male vrijednosti broja n, i prikazati važna posljedica te slutnje na strukturu $U(\mathfrak{g})^K$–modula $(U(\mathfrak{g}) \otimes V)^K$ za proizvoljan konačnodimenzionalan K–modul V.